

Program merytoryczny Olimpiady Matematycznej Juniorów w latach szkolnych 2025/2026, 2026/2027, 2027/2028

Olimpiada Matematyczna Juniorów jest trzyetapowym konkursem ogólnopolskim. Uczestnicy rozwiązują zadania o zróżnicowanym stopniu trudności. Na ogół nie są to typowe zadania szkolne. Wymagają one nie tyle dużej wiedzy, ile pomysłowości i wyobraźni. Zadania te mają na celu rozbudzanie zamiłowania do matematyki, kształtowanie umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy oraz stymulowanie aktywności poznawczej młodzieży uzdolnionej. Wymagają od uczniów myślenia abstrakcyjnego oraz inicjowania samodzielnego przeprowadzania dowodów matematycznych, także dowodów nie wprost, zbudowanych na poprawnych wnioskowaniach i uwzględniających wszystkie przypadki przewidziane w treści zadania. Mogą również polegać na wskazywaniu, z odpowiednim uzasadnieniem, przykładów lub kontrprzykładów potwierdzających lub zaprzeczających określonym hipotezom. Za poprawne rozwiązanie uważa się takie, w którym przedstawiony jest poprawny tok rozumowania, czyli ciąg uzasadnionych wniosków prowadzących od założeń zadania do tezy.

Zadania zawodów pierwszego stopnia wprowadzają w tematykę Olimpiady czyli w zagadnienie prowadzenia dowodów matematycznych. Obydwie części zawodów odbywają się w szkole. Część testowa sprawdza umiejętności rozumienia tekstu matematycznego i rozstrzygania prawdziwości lub fałszywości zdań logicznych sformułowanych przy użyciu pojęć z zakresu podstawy programowej. W części zadaniowej, odbywającej się około dwa tygodnie po części testowej, uczestnicy mierzą się z zestawem siedmiu zadań otwartych, których rozwiązania wymagają przedstawienia krótkich rozumowań, w których obecne i poprawnie wykorzystane są podstawowe schematy wnioskowania. Umiejętności niezbędne do rozwiązania zadań zawodów pierwszego etapu są wystarczające do uzyskania oceny bardzo dobrej z matematyki na zakończenie nauki w szkole podstawowej.

Zawody drugiego stopnia mogą być bardziej rozbudowane i mniej typowe od zadań z zawodów pierwszego stopnia, mimo że obejmują podobny zakres pojęciowy i tematyczny. Ich rozwiązania mogą składać się z kilku kroków łączących różne podstawowe strategie i techniki rozumowania. Zadania te wymagają od uczestnika umiejętności twórczego korzystania z różnych pojęć i rezultatów obecnych w podstawie programowej, między innymi formułowania na ich podstawie nowych obserwacji, a także umiejętności precyzyjnego wyrażania dłuższych argumentów pomimo ograniczonego czasu zawodów. Zadania te mają na celu identyfikację uczniów o ponadstandardowych umiejętnościach matematycznych. Umiejętności potrzebne na zawodach drugiego stopnia są wystarczające do uzyskania oceny celującej z matematyki na zakończenie nauki w szkole podstawowej.

Zawody trzeciego stopnia są adresowane do wyselekcjonowanej grupy uczniów, którzy wykazali się już znacznym potencjałem matematycznym. Zakres wymaganej na zawodach finałowych wiedzy jest szerszy niż w przypadku zawodów drugiego stopnia i obejmuje pełen zakres przedstawionego niżej programu. Zakłada się, że w ramach przygotowania do zawodów finałowych uczniowie poszerzają swoją wiedzę i poznają różne twierdzenia z matematyki elementarnej, które nie mieszczą się w obecnych programach i podręcznikach szkolnych. Uwzględniona jest tu perspektywa stopniowego rozszerzania podstawy programowej oraz standardy obowiązujące uczestników analogicznych konkursów na całym świecie. Treści programu merytorycznego Olimpiady wskazują ambitną perspektywę rozwoju matematycznego ucznia, który nie tylko zgłębił w sposób wszechstronny treści przedstawione w szkole, ale także poznał i zrozumiał pewne ich konsekwencje, nie korzystając z narzędzi czy metod stosowanych na dalszym etapie edukacyjnym. Zadania finałowe bywają bardzo nietypowe i wymagają wprawy oraz doświadczenia w prowadzeniu nieszablonowych rozumowań.

Uczestnik Olimpiady potrafi na każdym etapie zawodów w twórczy sposób wykorzystać posiadaną wiedzę (także jako uczeń klasy młodszej niż ósma) do rozwiązywania nieszablonowych zadań. Ułatwia mu to późniejszą naukę matematyki w szkole ponadpodstawowej i na etapie studiów wyższych. Udział w OMJ zdecydowanie ułatwia także wczesny start (nawet w klasie siódmej czy ósmej) w Olimpiadzie Matematycznej dla uczniów szkół ponadpodstawowych i osiągnięcie w niej sukcesów.

Liczby całkowite

1. Liczby naturalne w dziesiętnym systemie pozycyjnym. Cyfra jedności, dziesiątek, setek, itd.
2. Podzielność liczb całkowitych; dzielniki i wielokrotności. Cechy podzielności związane z zapisem w dziesiętnym systemie pozycyjnym.
3. Dzielniki i wielokrotności. Liczby pierwsze. Rozkład liczby całkowitej dodatniej na czynniki pierwsze. Rozpoznawanie potęg liczb całkowitych po tym jaki jest ich rozkład na czynniki.
4. Największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejsza wspólna wielokrotność (NWW) liczb całkowitych. Liczby względnie pierwsze.
5. Liczby całkowite. Liczby dodatnie i ujemne. Znak liczby całkowitej.
6. Dzielenie z resztą liczb całkowitych przez liczby całkowite niezerowe. Liczby parzyste i nieparzyste. Związek pomiędzy resztami z dzielenia sumy (odpowiednio: iloczynu) liczb całkowitych przez daną liczbę, a resztami z dzielenia przez tą liczbę poszczególnych składników tej sumy (odpowiednio: czynników tego iloczynu).
7. Podstawowe techniki rozwiązywania równań w liczbach całkowitych.

Liczby wymierne, proporcjonalność i obliczenia procentowe

1. Ułamki dziesiętne. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych. Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000 itd. Porównywanie ułamków dziesiętnych.
2. Przedstawianie ilorazu w postaci ułamka zwykłego; licznik, mianownik, kreska ułamkowa. Skracanie i rozszerzanie ułamków. Ułamki nieskracalne. Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika.
3. Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych. Mnożenie i dzielenie ułamków zwykłych przez liczbę naturalną. Ułamki danej liczby naturalnej. Porównywanie ułamków zwykłych. Zamiana ułamków dziesiętnych na ułamki zwykłe i przykłady działania odwrotnego.
4. Rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych, ułamki okresowe.
5. Liczby wymierne. Suma, różnica, iloraz i iloczyn liczb wymiernych.
6. Proporcjonalność prosta, współczynnik proporcjonalności. Stosowanie proporcji i jej własności. Proporcjonalność odwrotna. Procent, obliczenia procentowe, obliczanie procentu danej liczby oraz liczby na podstawie danego jej procentu. Wykonywanie obliczeń dotyczących jednokrotnej podwyżki lub obniżki wielkości o dany procent, a także wielokrotnych podwyżek i obniżek wielkości o dany procent.
7. Potęgi całkowite liczb całkowitych dodatnich.

Potęgowanie i pierwiastkowanie. Liczby niewymierne

1. Podstawa i wykładnik potęgowania. Mnożenie i dzielenie potęg o tej samej podstawie. Mnożenie i dzielenie potęg o tym samym wykładniku. Potęgowanie potęgi.
2. Pierwiastki. Stopień pierwiastka. Mnożenie i dzielenie pierwiastków tego samego stopnia. Wylączanie czynnika przed znak pierwiastka. Włączanie liczby pod znak pierwiastka. Przekształcanie wyrażeń zawierających potęgi i pierwiastki.
3. Szacowanie wielkości danego pierwiastka lub wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki, porównywanie wartości wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną oraz znajdowanie liczby wymiernej większej lub mniejszej od takiego wyrażenia arytmetycznego.

4. Liczby niewymierne. Niewymierność liczb $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$, itd.
5. Zachowywanie się własności wymierności i niewymierności przy dodawaniu i mnożeniu liczb.

Liczby rzeczywiste i ich interpretacja geometryczna

1. Liczby rzeczywiste i ich przedstawienie na osi liczbowej. Zapis dziesiętny liczby rzeczywistej. Porównywanie liczb rzeczywistych. Średnia arytmetyczna.
2. Znak liczby rzeczywistej. Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej. Interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej. Proste równania i nierówności z wartością bezwzględną, także z wykorzystaniem znaczenia geometrycznego.
3. Znak sumy i iloczynu liczb rzeczywistych. Liczby przeciwne. Liczby wzajemnie odwrotne.

Wyrażenia algebraiczne, przekształcenia algebraiczne, równania i nierówności

1. Składnik, suma, różnica, czynnik, iloczyn, iloraz.
2. Zapisywanie zależności przedstawionych w zadaniach w postaci wyrażen algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. Zadania tekstowe prowadzące do prostych równań lub nierówności.
3. Wartość liczbową wyrażenia algebraicznego.
4. Przekształcanie wyrażen algebraicznych. Dodawanie, odejmowanie i mnożenie sum algebraicznych. Redukcja wyrazów podobnych. Doprowadzanie do najprostszej postaci.
5. Rozkład wyrażen algebraicznych na czynniki, wyłączanie przed nawias.
6. Skrócone sposoby mnożenia — między innymi wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz na różnicę kwadratów.
7. Równania i nierówności. Wyznaczanie niewiadomych z równań. Podstawowe przekształcenia równoważne. Dodawanie do obu stron równania lub nierówności tego samego wyrażenia, mnożenie i dzielenie obu stron przez tę samą (niezerową, w przypadku dzielenia) liczbę. Sprowadzanie równań do postaci iloczynu równego 0. Sprowadzanie nierówności do postaci nieujemnej sumy kwadratów.
8. Najprostsze techniki rozwiązywania układów równań lub nierówności (metoda podstawiania, dodawania lub odejmowania stronami, manipulacje na równaniach, itp.) Sprawdzanie czy dany ciąg liczb jest rozwiązaniem.

Geometria — punkty, proste, płaszczyzny i ich wzajemne położenie

1. Punkt. Odcinek. Środek i końce odcinka. Łamana otwarta i zamknięta. Prosta i półprosta.
2. Kąt, ramiona i wierzchołek. Jednostki miary kąta. Kąt ostry, rozwarty, prosty. Kąt wypukły, wklęsły, pełny i półpełny. Porównywanie kątów.
3. Odcinki równoległe, odcinki prostopadłe. Proste równoległe i prostopadłe. Kąty wierzchołkowe i przyległe. Dopełnienie kąta. Dwusieczna kąta.
4. Odległość punktów na płaszczyźnie. Odległość punktu od prostej. Długość łamanej.

Geometria — wielokąty

1. Trójkąt ostrokątny, prostokątny i rozwartokątny. Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne (zwłaszcza w kontekście tzw. trójkątów charakterystycznych). Nierówność trójkąta i jej zastosowania. Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta. Środkowa i środek ciężkości w trójkącie. Linia środkowa w trójkącie. Środek przeciwprostokątnej i jego własności.

2. Czworokąt, trapez, równoległobok, prostokąt, romb, kwadrat, deltoid. Suma miar kątów wewnętrznych czworokąta. Charakteryzacja równoległoboków wśród innych czworokątów (także dotycząca przekątnych).
3. Boki i obwód wielokąta. Kąt wewnętrzny i zewnętrzny w wielokącie. Wielokąty wypukłe i wklęsłe. Przekątna wielokąta. Wielokąty foremne.
4. Wysokość trójkąta, wysokość równoległoboku, wysokość trapezu. Pole prostokąta, trójkąta, równoległoboku i trapezu. Pole wielokąta. Jednostki pola.
5. Cechy przystawiania trójkątów. „Czwarta cecha” przystawiania trójkątów.
6. Cechy podobieństwa trójkątów. Twierdzenie Talesa i podobieństwo w prostych konfiguracjach (np. gdy dane są proste równoległe lub wysokość w trójkącie prostokątnym).

Geometria — okręgi

1. Okrąg i koło, środek, promień, średnica, cięciwa i łuk.
2. Kąt środkowy, kąt wpisany. Związek między kątem środkowym i kątem wpisanym opartych na tym samym łuku okręgu. Kąt wpisany oparty na półokręgu.
3. Prosta styczna do okręgu i jej najprostsze własności (np. prostopadłość do promienia). Okręgi styczne i własności ich punktów styczności (np. ich przynależność do prostej zawierającej środki okręgów stycznych, o ile nie są one identyczne). Proste zastosowania twierdzenia o odcinkach stycznych do okręgu poprowadzonych z danego punktu na zewnątrz okręgu.
4. Okrąg wpisany i opisany na wielokącie. Środek okręgu wpisanego i środek okręgu opisanego na trójkącie. Kryteria wpisawalności i opisywalności okręgu na czworokącie wypukłym.
5. Obwód i pole koła. Liczba π .

Geometria — proste przekształcenia

1. Figury symetryczne względem prostej, oś symetrii. Oś symetrii figury, symetralna odcinka. Figury symetryczne względem punktu, środek symetrii. Środek symetrii figury. Środek i oś symetrii wielokąta foremnego.
2. Powiększanie i pomniejszanie figur geometrycznych w danej skali. Figury podobne, skala podobieństwa. Stosunek pól figur podobnych.
3. Obrót dookoła punktu na płaszczyźnie. Rzut punktu na prostą. Odbicie symetryczne punktu względem prostej.
4. Rzut punktu i prostej na płaszczyznę (także w przestrzeni).

Geometria w przestrzeni

1. Punkty, odcinki, proste i płaszczyzny w przestrzeni.
2. Kąt prostej z płaszczyzną. Prostopadłość dwóch płaszczyzn.
3. Wielościan wypukły, czworościan, sześcián, prostopadłościan, równoległościan, graniastosłup, ostrosłup. Ściany, krawędzie i wierzchołki. Krawędzie i ściany równoległe, krawędzie i ściany prostopadłe.
4. Graniastosłup i ostrosłup prosty lub prawidłowy. Podstawa i ściany boczne graniastosłupa i ostrosłupa. Wysokość ostrosłupa i graniastosłupa.

5. Obliczanie pól powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów. Jednostki objętości. Bryły obrotowe: walec, stożek i kula.
6. Siatka wielościanu wypukłego. Przekroje wielościanów i brył obrotowych płaszczyzną.

Elementy teorii zbiorów, kombinatoryki

1. Zbiór i podzbiór. Elementy zbioru. Zbiór pusty. Suma i część wspólna zbiorów. Zbiory rozłączne. Liczba elementów zbioru. Podzbiór o maksymalnej lub minimalnej liczbie elementów.
2. Rozbicie zbioru i jego proste konsekwencje (np. tzw. zasada szufladkowa Dirichleta). Pary i trójki elementów. Elementy różne i parami różne. Reguła dodawania i reguła mnożenia.
3. Interpretacja warunków podanych w zadaniach tekstowych w języku zbiorów i relacji między nimi (np. zbiór rozwiązań równania czy nierówności, zbiór znajomych, graczy, zawodników czy też zbiór punktów lub pól szachownicy o danym kolorze, tzw. graf znajomości).
4. Porządek w prostych podzbiorach liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i rzeczywistych. Największy i najmniejszy element. Proste zastosowania tzw. zasady dobrego porządku.

Wykaz literatury przydatnej w przygotowaniach do OMJ

1. Podręczniki do matematyki dopuszczone przez MEN do użytku w szkole podstawowej oraz spójne z tymi podręcznikami zbiory zadań.
2. Rozwiązania zadań z poprzednich edycji Olimpiady Matematycznej Juniorów, dostępne pod adresem: <https://omj.edu.pl/zadania>.
3. Gazetka Olimpiady Matematycznej Juniorów „Kwadrat”, numery 1-23, dostępne pod adresem: <https://omj.edu.pl/gazetka-omj>.
4. Materiały dydaktyczne Olimpiady Matematycznej Juniorów, dostępne pod adresem: <https://omj.edu.pl/dopobrania>.
5. Publikacje z serii „Biblioteczka Stowarzyszenia na rzecz Edukacji Matematycznej”.
6. Bednarczuk J., Bednarczuk J., *Matematyczne gwiazdki*, Wydawnictwo Aksjomat 2019.
7. Bobiński Z., Nodzyński P., Uscki M., *Koło matematyczne w gimnazjum*, Wydawnictwo Aksjomat 2010.
8. Bobiński Z., Nodzyński P., Uscki M., *Koło matematyczne w szkole podstawowej*, Wydawnictwo Aksjomat 2008.
9. Dyda B., Romanowicz Z., *Zadania dla przyszłych olimpijczyków*, Wydawnictwo Siedmioróg 2012.
10. Guzicki W., *Rozszerzony program matematyki w gimnazjum*, ORE 2013.
11. Pawłowski H., *Olimpiady i konkursy matematyczne*, Wydawnictwo Tutor 2017.